HOCHSCHULE
HANNOVER
UNIVERSITY OF
APPLIED SCIENCES
AND ARTS
–
Fakultät IV
Wirtschaft und
Informatik

Versuche zum Mathematischen Modellieren

in der Mathematikausbildung der BWL und der Wirtschaftsinformatik

Prof. Dr. Michael Autenrieth, Herbsttagung des GDM Arbeitskreises HochschulMathematikDidaktik, Nürtingen, 28.11.2015

Agenda

- **Rahmenbedingungen**
- **Erster Versuch**
- **Zweiter Versuch**
- **Fazit**

Mathematik in Semester 1 bis 3

Mathematik in der BWL

Mathematik 1
Logik + Analysis + Lineare Algebra
4 SWS

Mathematik 2
Finanz-Mathe + Deskriptive Statistik. + W-Theorie
4 SWS

Induktive Statistik
4 SWS

SPSS
2 SWS

Mathematik in der Wirtschaftsinformatik

Mathematik 1
Logik + Analysis + Lineare Algebra
4 SWS

Mathematik 2
Finanz-Mathe + Deskriptive Statistik. + W-Theorie
4 SWS

Diskrete Mathematik
4 SWS

Math. Grundlagen Informatik
2 SWS

Mengengerüste und Veranstaltungsformate

Aufnahme sowohl im Winter- als auch im Sommersemester:

- BWL je 100 – 120 Studierende Wirtschaftsinformatik je 60 – 70 Studierende

Mathematik 1, Mathematik 2 und Induktive Statistik:

- Vorlesungen: ein Zug je Studiengang; Ausnahme: Mathematik 1 zweizügig in der BWL
- Übung 14-tägig je 90 Minuten; Vorlesung 14-tägiger Wechsel 1 x 90 und 2 x 90 Minuten
- Übungen mehrzügig parallelisiert; viele Dozenten
- Zusätzliche Übungsaufgaben in den Vorlesungen

Spezifische Formate:

- SPSS: Mehrzügig im PC-Labor
- Diskrete Mathematik: 2 SWS Vorlesung mit 2 SWS Übung (mehrzügig; mit obligatorischen aktivierenden Bestandteilen; Vorlesungs-Dozent auch Dozent in allen Übungsgruppen)
- Math. Grundlagen der Informatik: 2 SWS Vorlesung

Prüfungsformen:

- Klausur mit obligatorischen Vorleistungen

Anwendung Mathematik im weiterem Studium

BWL

- Sehr stark: Induktive Statistik/SPSS -> Human Resource Management
- Sehr stark: Finanzmathematik/Statistik/W-Theorie -> Corporate Finance
- Zunehmend: Induktive Statistik/SPSS -> Marketing/Markforschung
- Finanzmathematik/Statistik/W-Theorie -> Banken und Versicherungen
- Deskriptive Statistik -> in empirisch angelegten Bachelorarbeiten
- Überraschend wenig Analysis -> VWL

Wirtschaftsinformatik

- Sehr stark: Statistik/W-Theorie -> Datenanalyse -> Business Intelligence
- Zunehmend: Statistik/Datenanaylse -> Customer Relationship Management
- Diskrete Mathematik -> Programmieren, IT-Sicherheit
- Überraschend wenig: Operations Research

Problem

- Heterogenes Leistungsniveau
- Starke Verschulung in Mathematik 1, Mathematik 2, Induktiver Statistik
  - Umfängliche Übungsmaterialien und Übungsklausuren vorhanden
  - Gut besuchte Tutorien, Kommerzielle Nachhilfeangebote
  - Obligatorische Vorleistungen im Semester
  - deutlicher Anteil eingeübter Aufgaben in den Klausuren
- Insgesamt
  - Hoher Aufwand für sehr schematisches Lernen
  - Unterforderung leistungsstarker Studierender
  - Überforderung in nicht schematischen Anwendungsfällen

Erster Versuch: Modellierungsaufgaben

- Start des Versuchs im Sommersemester 2013
- Gemeinschaftlich mit den beiden Dozenten der beiden Züge in Mathematik 2
- Den Studierenden wird das Konzept Mathematisches Modellieren vorgestellt.
- Modellierungsaufgaben werden vorbreitet.
- Vorlesungsbesuche eines 2. Dozenten zu diesen Aufgaben (Co-Teaching).
- Auf jedem Übungsblatt eine Modellierungsaufgabe
- Eine von sechs Klausuraufgaben als Modellierungsaufgabe
- In Induktiver Statistik neuer Aufgabentyp ohne Benennung als Modellierungsaufgabe
- Fortsetzung im Wintersemester 2013/14, allerdings ohne Co-Teaching

Beispiel 1

Drei unten, drei oben!

Im Aktuellen Sportstudio schießt seit 1964 jeden Samstag Abend ein Kandidat sechsmal auf eine Torwand. Bislang hat noch niemand sechsmal getroffen. Acht Kandidaten erzielten fünf Treffer.

Versuchen Sie rechnerisch die Wahrscheinlichkeiten dafür zu ermitteln,

- **dass ein Kandidat sechsmal trifft**
- **dass ein Kandidat keinmal trifft**
- **dass ein Kandidat fünfmal trifft**

Treffen Sie dabei eigene, Ihrer Ansicht nach sinnvolle Annahmen!

Vorgehen

- Einführend zum Themenbereich Wahrscheinlichkeitstheorie
- Studierende wurden vorab informiert.
- Taschenrechner oder Rechner mit Excel soll in Vorlesung mitgebracht werden.
- Kleiner Film über Torwandschießen zum Einstieg
- Aufgabebearbeitung in Kleingruppen mit Sitznachbarn
- Dozenten gehen herum, ermuntern, loben und geben Anregungen.
- Dozenten identifizieren dabei Kleingruppen mit interessanten Ansätzen.
- Verschiedene Kleingruppen stellen Lösungen an der Tafel vor.
- Anschreiben der Rechenwege für die drei gesuchten Wahrscheinlichkeiten
- Dozenten geben am Ende Überblick über die so eingesammelten Modellierungen.

Erfahrungen mit dieser Aufgabe

- Originelle Ansätze Schätzung der Trefferwahrscheinlichkeit (z.B. Flächenberechnungen)
- Viele Gruppen rechnen mit gleicher Trefferwahrscheinlichkeit für unten und oben.
- Einfache Produktansätze gelingen in fast allen Gruppen.
- Wahrscheinlichkeit 5 Treffer wird oft falsch berechnet (fehlender Binomialkoeffizient)
- Einige Gruppen kennen und nutzen Binomialverteilung
- Auch Lösungen mit verschiedenen Trefferwahrscheinlichkeiten für unten und oben
- Erstaunlich oft: Adjustierung der Trefferwahrscheinlichkeit(en) anhand empirische Häufigkeit für 5 Treffer . Ggf. nach Hilfestellungen: „Wie viele Wochen seit 1964?“
- Adjustierung ggf. beim Vergleich der Resultate verschiedener Gruppen „provozieren“
- Berechnung einer Wahrscheinlichkeit für ein noch nie beobachtetes Ereignis (6 Treffer) verdeutlicht Nutzen mathematischer Modelle.
- Diskussion naheliegende Erweiterungsideen (z.B. Verteilungsannahmen über Qualität der Schützen, Beschaffung weiterer empirischer Informationen)
- Dauer: 60 bis 90 Minuten

Beispiel 2

Bio-Eier (Teil 1)

Ein Bauer produziert Bio-Eier und verkauft diese auf dem Wochenmarkt.

Um einen Überblick über das Gewicht seiner Bio-Eier zu erhalten, wiegt er 200 zufällig ausgewählte Eier. Als Ergebnis erhält er die auf der nächsten Seiten abgebildete Liste.

Wie kann der Bauer die Gewichtsverteilung der Eier graphisch darstellen?

Hinweise:

- *Suchen Sie möglichst viele und möglichst originelle Möglichkeiten für die graphische Darstellung.*
- *Sie finden diese Liste auch in Moodle in der Excel-Datei „Eier.xls“.*
- *Falls Sie keine Excel zur Verfügung haben, dürfen Sie sich melden und einen ersten Verarbeitungsschritt beim Dozenten anfordern.*

Fortsetzung Beispiel 2

Eier-Gewichts-Liste

Nr.	Gewicht in Gramm	Nr.	Gewicht in Gramm	Nr.	Gewicht in Gramm	Nr.	Gewicht in Gramm	Nr.	Gewicht in Gramm	Nr.	Gewicht in Gramm	Nr.	Gewicht in Gramm	Nr.	Gewicht in Gramm
1	61,3	26	71,6	51	62,9	76	63,9	101	62,5	126	68,3	151	67,8	176	65,6
2	68,2	27	54,2	52	67,0	77	54,7	102	72,2	127	59,7	152	62,5	177	63,4
3	59,8	28	64,6	53	59,8	78	64,9	103	62,8	128	55,2	153	54,0	178	60,6
4	59,8	29	59,9	54	67,7	79	64,8	104	63,5	129	62,0	154	68,5	179	59,9
5	63,4	30	69,4	55	60,5	80	65,7	105	66,0	130	60,4	155	65,4	180	68,2
6	51,0	31	68,6	56	68,6	81	61,9	106	56,5	131	66,1	156	60,0	181	64,3
7	62,8	32	60,7	57	58,2	82	61,8	107	54,6	132	61,4	157	62,4	182	57,8
8	63,6	33	58,1	58	62,1	83	62,5	108	66,8	133	65,4	158	58,0	183	59,6
9	57,5	34	59,2	59	60,5	84	59,7	109	60,4	134	62,0	159	57,5	184	68,2
10	64,0	35	58,5	60	56,4	85	63,5	110	60,8	135	64,5	160	60,6	185	54,5
11	68,0	36	70,4	61	55,9	86	67,9	111	62,0	136	61,9	161	57,9	186	66,5
12	59,0	37	62,2	62	57,4	87	57,0	112	60,5	137	54,1	162	56,6	187	67,2
13	63,3	38	62,6	63	63,8	88	60,3	113	69,7	138	65,6	163	62,4	188	59,4
14	61,8	39	64,1	64	65,1	89	64,4	114	62,9	139	59,8	164	67,2	189	69,1
15	68,3	40	71,5	65	73,5	90	63,1	115	57,6	140	57,3	165	69,1	190	53,3
16	66,8	41	69,0	66	62,8	91	58,0	116	65,5	141	57,6	166	65,6	191	63,9
17	56,5	42	57,2	67	65,4	92	66,6	117	68,8	142	55,2	167	55,2	192	59,0
18	65,9	43	67,4	68	60,4	93	62,8	118	64,3	143	59,2	168	64,3	193	70,2
19	64,2	44	58,1	69	68,1	94	66,2	119	59,2	144	66,2	169	59,9	194	65,4
20	61,4	45	60,6	70	62,3	95	64,8	120	72,7	145	59,4	170	63,8	195	71,0
21	70,0	46	70,0	71	61,8	96	68,4	121	53,0	146	66,1	171	67,3	196	63,8
22	60,0	47	52,8	72	58,7	97	61,6	122	56,6	147	59,6	172	71,1	197	59,8
23	61,1	48	65,0	73	57,8	98	68,1	123	71,3	148	67,2	173	61,4	198	65,3
24	64,1	49	62,6	74	55,7	99	59,5	124	71,9	149	59,1	174	63,8	199	64,9
25	62,0	50	71,2	75	69,0	100	60,7	125	56,5	150	59,2	175	64,9	200	55,2

Fortsetzung Beispiel 2

Bio-Eier (Teil 2)

Der Bauer möchte seine Bio-Eier in drei Gewichtsklassen (klein, mittel, groß) verkaufen.

Er möchte im Durchschnitt 40 Cent je Bio-Ei einnehmen.

Wie kann er geeignete Gewichtsklassen und Preise finden?

Hinweise:

- *Auch hier gibt es eine Vielzahl von Lösungsmöglichkeiten.*
- *Es kommt hier nicht auf die Genauigkeit des Verfahrens an. Finden Sie ein Verfahren, dass Sie als Praktiker bevorzugen würden.*

Beispiel 3

Aufgabe 1 Eine Versicherung bietet Ihnen an, von einer monatlichen Prämienzahlung (12 Zahlungen gleicher Höhe; jeweils am Monatsanfang) auf eine jährlich Zahlweise am Jahresanfang zu wechseln. Die Jahresprämie ist um 3% günstiger als die Summe der 12 Monatsprämien. Berechnen Sie die Rendite dieses Angebots, indem Sie den Rentenbarwert der monatlichen Zahlungen unter der Annahme einer einfachen Verzinsung mit der reduzierten Jahresprämie gleichsetzen und diese Gleichung nach i auflösen.

Aufgabe 1 (Modellierungsaufgabe)
Eine Versicherung bietet Ihnen an, von einer monatlichen Prämienzahlung auf eine jährlich Zahlweise am Jahresanfang zu wechseln. Die Jahresprämie ist um 3% günstiger als die Summe der 12 Monatsprämien. Beurteilen Sie dieses Angebot.

Beispiel 4

Aufgabe 1 Ein Autohändler versucht, durch eine überregionale Werbemaßnahme auch Kunden zu gewinnen, die nicht im unmittelbaren Einzugsgebiet seines Autohauses wohnen. Um den Erfolg dieser Strategie zu überprüfen, wird in der Woche vor und nach der Werbemaßnahme für jeden Käufer eines PKWs die Entfernungen zwischen dem Autohaus und dem Wohnort des Käufers ermittelt. In der Woche vor der Maßnahme wurden 15 PKWs mit einer Durchschnittsentfernung von 34 km und einer Standardabweichung von $5,3$ km verkauft. In der Woche nach der Werbemaßnahme 18 PKWs mit einer Durchschnittsentfernung von 57 km und einer Standardabweichung von $13,3$ km. Belegen diese Ergebnisse mit einer Irrtuswahrscheinlichkeit von 5% den Erfolg der Werbestrategie? Hinweis: Sie können hier davon ausgehen, dass die Entfernungen zwischen Autohaus und Käufer näherungsweise normalverteit sind.

Aufgabe 2 Ein Autohändler versucht, durch eine überregionale Werbemaßnahme auch Kunden zu gewinnen, die nicht im unmittelbaren Einzugsgebiet seines Autohauses wohnen. Um den Erfolg dieser Strategie zu überprüfen, wird in der Woche vor und nach der Werbemaßnahme für jeden Käufer eines PKWs die Entfernungen zwischen dem Autohaus und dem Wohnort des Käufers ermittelt. Welche Testverfahren kommen hier unter welchen Voraussetzungen in Frage, um den Erfolg der Werbestrategie zu überprüfen? Wie lauten in diesen Fällen die jeweilige Nullhypothese?

Rezept zur Herstellung von Modellierungsaufgaben

- Aus „normalen“ Aufgaben durch:
  - Weglassen von Detailangaben
  - Weglassen von Hilfestellungen
- Mehrere Lösungen werden möglich.
- Annahmen müssen am Anfang der Lösung formuliert werden.
- Einschätzung erforderlich, wie stark Resultat von Annahmen abhängt

Vorteile:

- Schematische Reaktionen auf Schlüsselworten werden vermieden (z.B. „einfache Verzinsung“ -> „Ersatzrente“)
- Geschärftes Problembewusstsein für fehlerhafte Anwendungssituationen (in Beispiel 4: Rechtschiefe/Ausreißer -> Verwendung Median, U- statt T-Test).
- Vielfalt der Lösungsansätze für praktische Probleme wird.

Erfahrungen im Übungsbetrieb

- Modellierungsaufgaben in Mathematik 2 werden als zu schwer empfunden
- Trotz umfänglicher Musterlösungen mit vielen Lösungsvarianten: erhebliche Vorbehalte und Verunsicherung der Lehrenden im Übungsbetrieb
- Behandlung der Modellierungsaufgaben am Ende der Übungsstunden. Modellierungsaufgaben werden dann oft nicht mehr geschafft
- Co-Teaching im Übungsbetrieb aus Ressourcengründen nicht möglich
- Letztendlich: Scheitern des Ansatzes im Übungsbetrieb in Mathematik 2
- In Induktiver Statistik: Neuer Aufgabentyp wird klaglos hingenommen. Bewertungsschema in Klausur wurde genau festgelegt und kommuniziert.

Weitere negative Erfahrungen

- Schwache Bearbeitung der Modellierungsaufgabe in der Klausur Mathematik 2
- Im Wintersemester 2013/14 verstärkt negative Erfahrungen auch in Vorlesungen
- Die Teilnehmerquoten sinken bei Ankündigung einer Modellierungsaufgabe.
- Modellierungsaufgaben am Ende eines Themengebietes (z.B. Vergleich von Sparangebote verschiedener Kreditinstitute) verlaufen teilweise enttäuschend, da die Studierenden mit dem Stoff noch nicht genug vertraut sind.
- Frustrationen bei den Dozenten

Konsequenz:

- Mathematisches Modellieren als abstraktes Konzept wird seit Sommersemester 2014 nicht mehr eingesetzt.
- Erfolgreiche Modellierungsaufgaben werden gleichwohl weiterhin verwendet, aber nicht mehr so genannt.

Zweiter Versuch: Excel-Klausuren

- Start im Wintersemester 2013 in der Veranstaltung Mathematik 2 für Wirtschaftsinformatik
- Freiwilliges Alternativangebot: Excel-Klausur
- Zusätzliche Sonderübungsgruppe mit ca. 5 Terminen a 90 Minuten
- Teilnahme an mindesten drei Sonderübungsgruppen, um Excel-Klausur wählen zu dürfen
- Excel-Klausur wird im DV-Labor geschrieben.
- Die Hälfte der Aufgaben sind Excel-Aufgaben.
- Lösung durch elektronische Abgabe einer Excel-Arbeitsmappe in Moodle.
- Mischung von Aufgaben mit klar vorgegebenen Lösungsschemata und kreativen Ansätzen
- Fortsetzung: SoSe 2014, WiSe 2014, SoSe 2015, WiSe 2015

Beispiel A

Aufgabe 2 Füllen Sie im Arbeitsblatt `ProzentannuitätMitDisagio` den Tilgungsplan für eine Prozentannuität mit einem Kreditauszahlungsbetrag von 38.000.000 €, einem Disagio von 5%, einem Kreditzins von 3,50% und einer anfänglichen Tilgung von 2%.

	A	B	C	D	E	F
1	Jahr	Restschuld Jahresbeginn	Zinsbetrag Jahresende	Tilgung Jahresende	Annulität Jahresende	Restschuld Jahresende
2	t	K_{t-1}	Z_t	T_t	A_t	K_t
3	1					
4	2					
5	3					
6	4					
7	5					
8	6					
9	7					
10	8					
11	9					
12	10					
13	11					
14	12					
15	13					
16	14					
17	15					
18	16					
19	17					
20	18					
21	19					
22	20					
23	21					
24	22					
25	23					
26	24					
27	25					
28	26					
29	27					
30	28					
31	29					
32	30					
33						

1) Annuitätendarlehen | 2) ProzentannuitätMitDisagio | 3) Investition

Vorbereiteter Tilgungsplan muss gefüllt werden.

Beispiel B

Aufgabe 2 (Excel-Aufgabe, Finanzmathematik, 15 Punkte)

Sie geben einem Geschäftsfreund einen Kredit in Höhe von 200.000 €. Der Kredit soll durch 10 Zahlungen in Höhe von je 20.000 € jeweils an den Jahresende der nächsten 10 Jahre und eine Schlusszahlung in Höhe von 50.000 € am Ende des zwölften Jahres zurückgezahlt werden.

a) Bestimmen Sie den Barwert dieses Kreditgeschäftes bei einem Bewertungszins von $3,00\%$.

b) Bestimmen Sie den Effektivzins dieses Kreditgeschäftes.

c) Welche Schlusszahlung müsste statt der 50.000 € gewählt werden, damit der Effektivzins bei $4,50\%$ liegt?

d) Angenommen Ihr Geschäftsfreund hat Schwierigkeiten, die Schlusszahlung pünktlich zu leisten. Bestimmen Sie den spätesten Zeitpunkt für die die Schlusszahlung in Höhe von 50.000 €, so dass der Effektivzins nicht unter $3,00\%$ sinkt.

Cashflow muss aufgebaut werden.

Anwendung Zielwertsuche

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Barwert des Kreditgeschäftes (Bewertungszins 3,00%):								
2	Effektivzins:								
3	Höhe der Schlusszahlung bei Effektivzins von 4,50%:								
4	Zahlungszeitpunkt (in Jahren) der Schlusszahlung bei Effektivzins von 3,00%:								
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									

Aufgabe 2 (Excel) | Aufgabe 4 (Excel) | Aufgabe 6 (Excel)

Beispiel C

	A	B	C	D	E	F	G
1						Eigene Berechnung	Mit Excel-Funktion
2	Mittelwert der Temperatur:						
3	Standardabweichung der Temperatur:						
4	Mittelwert der verkauften Portionen Eis:						
5	Standardabweichung der verkauften Portionen Eis:						
6	Korrelation:						
7	Regressionskoeffizient β:						
8	Regressionskoeffizient α:						
9	Prognose für die Anzahl der verkauften Portionen Eis bei einer Temperatur von 30 Grad:						
10							
11							
12	Tag Nr.	Temperatur	Verkaufte Portionen Eis				
13	1	19	6.564				
14	2	20	7.064				
15	3	23	7.765				
16	4	27	8.388				
17	5	20	6.440				
18	6	15	4.868				
19	7	18	6.655				
20	8	20	7.397				
21	9	20	6.851				
22	10	23	6.777				
23	11	24	7.966				
24	12	24	7.612				
25	13	27	9.957				
26	14	28	9.265				
27	15	30	10.066				
28							

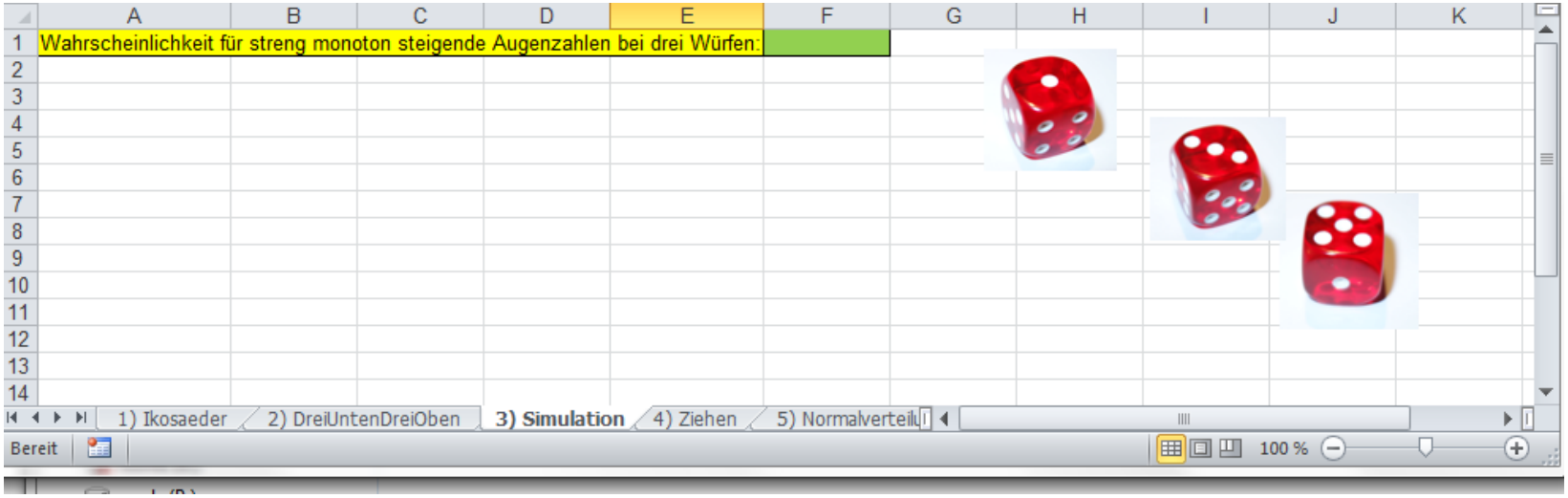
Aufgabe 2 (Excel) | **Aufgabe 4 (Excel)** | Aufgabe 6 (Excel)

In Aufgabenstellung: genaue Festlegung , welche Excel-Funktionen wo verwendet werden dürfen.

Beispiel D

Aufgabe 3 Verwenden Sie im Arbeitsblatt `Simulation` die Funktion `ZUFALLSBEREICH`, um mit Hilfe von 10.000 Simulationen die Wahrscheinlichkeit dafür näherungsweise zu bestimmen, dass beim dreimaligen Werfen eines fairen Würfels die geworfene Augenzahl streng monoton steigt (d.h. der zweite Wurf ist größer als der erste und der dritte Wurf ist größer als der zweite Wurf).

Aufbaue einer
Monte Carlo Simulation



Erfahrungen

- Knapp 50% der regelmäßig anwesenden Studierenden nehmen an Excel-Übungen teil
- Etwa die Hälfte davon (15-20 Studierende) wählt dann tatsächlich die Excel-Klausur.
- Oft sind es dies gerade die Studierenden, die dann auch die Mathematik-Veranstaltungen in den höheren Semestern auswählen.
- Je nach Vorerfahrungen ggf. anfängliche Gewöhnungsschwierigkeiten an Excel
- Dann kreativer Umgang und recht gute Stimmung in Excel-Sonderübung
- Excel-Klausur ist leicht zu korrigieren.
- Durchfallquote etwas geringer als bei normaler Klausur
- Ausweitung des Versuchs ist angedacht.
- Im Wintersemester 2015/16 wurden Excel-Übungsgruppen auf studentischen Tutor übertrage. Leider bröckeln hier die Teilnehmerzahlen derzeit zu schnell ab.

Fazit

- Übergreifend strukturierte und koordinierte Anwendung des Mathematisches Modellierens in Veranstaltungen mit vielen Lehrenden scheint insbesondere wegen Zeitaufwand in Übungsgruppen und wegen individuellen Lehrstilen der Lehrenden schwierig.
- Übergreifende Kommunikation des Konzepts Mathematisches Modellieren an Studierende hat nicht überzeugt. Konzept wirkt zu abstrakt und Nutzen für Studierende ist nur schwer erkennbar. Führt insgesamt eher zu Ablehnung.
- Situative Anwendung in Einzelfällen scheint sinnvoller.
- Differenzierte Zusatzangebote für leistungsstarke Studierenden in Form von Excel-Übungen und Excel-Klausuren scheinen gut geeignet.
- Konkreter Nutzen für Studierende ist offensichtlich.
- Excel ermöglicht experimentelles Erkunden mathematischer Aufgabenstellungen.

Fragen?

michael.autenrieth@hs-hannover.de