

Gemeinsame Stellungnahme der Deutschen Mathematikervereinigung (DMV), der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM), der Gesellschaft für Fachdidaktik (GFD) und dem Verein zur Förderung des Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Unterrichts (MNU) zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich.

Wie schon bei den Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss begrüßen auch hier DMV, GDM und GFD die Festlegung von Standards für das Fach Mathematik. Es ist sinnvoll, allgemeine mathematische Kompetenzen zu betonen und in enger Abstimmung inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen zu definieren. Die Zuordnung von konkreten Aufgaben zu gestuften Anforderungsbereichen ist ein Schritt in Richtung der Beschreibung von Kompetenzniveaus, die eine einheitliche Bewertungsmöglichkeit vorbereiten.

Der vorliegende Entwurf soll den Vorgaben der KMK entsprechend auf Regelstandards abzielen, d.h. es soll mit Hilfe dieser Standards ein mittleres Niveau der Leistungen von Schülerinnen und Schülern beschrieben werden. Damit ist insbesondere der Anspruch verbunden, dass die vorgelegten Standards von einem nicht unerheblichen Teil der Kinder zum Ende des vierten Schuljahres erfüllt werden können. Der Entwurf muss sich an diesem Anspruch messen lassen. Hier werden wir im folgenden Text an verschiedenen Stellen Kritik anmerken. Unserer Meinung nach ist die Entwicklung in manchen Punkten über dieses Ziel hinausgeschossen und hat die Ansprüche an den Unterricht in der Grundschule hoch angesetzt. Dabei lehnen wir hohe Ansprüche sicherlich nicht ab. Fraglich ist aber, ob die entsprechenden Inhalte tatsächlich am Ende der Grundschulzeit abfragbares Wissen darstellen sollten.

Die folgenden Anmerkungen folgen der Aufteilung des Papiers. Wir wiederholen jeweils die Überschriften der Punkte, die uns überdenkenswert erscheinen.

1. Allgemeine mathematische Kompetenzen im Fach Mathematik

Die Definition der allgemeinen mathematischen Kompetenzen findet sich hier entsprechend den in den Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss definierten Kompetenzen. Das ist sinnvoll, lässt es doch erkennen, dass mit dem

Abschluss der vierten Klasse ein Schulwechsel, nicht aber ein Bruch im Lehr-Lernprozess verbunden ist. Die Reihenfolge der einzelnen Aspekte wurde abgeändert, wofür es unserer Meinung nach weder gute Argumente noch gute Gegenargumente gibt. Insofern wäre es im Sinne der Kohärenz zu empfehlen, die Darstellung und die Reihenfolge an die bereits publizierten Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss anzupassen.

Es darf allerdings nicht vergessen werden, dass die einzelnen Aspekte für die Grundschule sprachlich und formal so beschrieben werden sollten, dass sie diesem Schultyp angemessen sind. Wir sind sicher, dass damit die Verständlichkeit und Akzeptanz verbessert werden kann.

Zu einzelnen Punkten möchten wir im Folgenden Stellung nehmen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wählen wir die Überschriften so, wie sie im Entwurf der Standards zu finden sind und betrachten dann jeweils die Unterpunkte.

- **Probleme mathematisch lösen**

Wir schlagen vor, im ersten Punkt die Formulierung „mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten anwenden und beim Lösen von Problemen nutzen“ zu wählen. Unseres Erachtens ist das inner- und außermathematische Problemlösen sowie das Finden und Nutzen geeigneter Strategien nichts anderes als ein Aspekt des Anwendens von mathematischen Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten zum Lösen mathematischer Probleme. Wir schlagen entsprechend vor, den zweiten und dritten Unterpunkt zu streichen. Wir schlagen außerdem vor, im vierten Spiegelstrich zu kürzen und die Worte „sprachlich und mit anderen Mitteln“ zu streichen.

- **Kommunizieren**

Die Aussage im ersten Spiegelstrich würden wir kurz als „Sachtexten und anderen Darstellungen relevante Informationen entnehmen“ formulieren und dann weiter unten unter „Mathematisch modellieren“ einordnen. Im nächsten Spiegelstrich kann „von Mitschülern“ entfallen.

- **Mathematisch argumentieren**

Hier sollte ein erster Spiegelstrich eingesetzt werden, der „Vermutungen und Behauptungen aufstellen“ beinhaltet. Anschließend könnte dann zunächst die

„Beschreibung mathematischer Zusammenhänge“ genannt werden. Wir würden außerdem einen Punkt „mathematische Aussagen auf Korrektheit prüfen“ ergänzen.

- **Nutzen mathematischer Hilfsmittel und Arbeitsweisen**

Uns fehlt hier ein Punkt, den wir als „heuristische Strategien kennen, z.B. Skizzen und Tabellen zum Lösen von Knobelaufgaben anlegen, systematisch probieren“ formulieren würden. Dafür könnte der dritte Spiegelstrich entfallen, dessen Anspruch im Wesentlichen in der Grundschule nicht einzulösen sein wird.

2. Standards zu inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen im Fach Mathematik

Die Beschreibung der inhaltlichen Kompetenzen finden wir prinzipiell gut, allerdings sehen wir an einigen Stellen Wiederholungen, Lücken und (wie bereits erwähnt) zu anspruchsvolle Themen. Übergreifend schlagen wir zunächst vor, dass sich die Überschriften möglichst an die in den Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss anpassen: Zahlen und Operationen, Messen (oder auch Größen und Messen), Raum und Form, funktionale Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten. Im letzten Bereich könnten Aspekte von Mustern und Strukturen enthalten sein.

- **Zahlen und Operationen**

Uns fehlt an dieser Stelle zunächst eine Beschreibung übergeordneter Zusammenhänge. Bei diesem Abschnitt sollte es doch ganz wesentlich darum gehen, im Stellenwertsystem mit natürlichen Zahlen umzugehen. Dazu gehört auch die elementare Arithmetik, also das Beherrschen einfacher Aufgaben in den vier Grundrechenarten. Man mag implizit davon ausgegangen sein, dass dies ein selbstverständlicher Inhalt ist, doch sollte bei Standards für die Primarstufe dieser Aspekt nicht fehlen und auf jeden Fall integriert werden. Stattdessen könnte man einen wesentlich weniger wichtigen Aspekt herausnehmen. Fraglich ist unserer Ansicht nach, ob das Fortsetzen von Zahlenfolgen ein sinnvoller Inhalt von Bildungsstandards ist.

- **Rechnen und Überschlagen**

Hier ist die Rede davon, dass mathematische Grundkenntnisse auf analoge Aufgaben übertragen werden. An keiner Stelle in den Standards ist aber festgelegt, dass mathematische Grundkenntnisse wie das kleine Einpluseins und das kleine Einmaleins erworben werden sollen. Der Vollständigkeit halber sollte auch das erwähnt werden (man vergleiche unsere Bemerkung zu „Zahlen und Operationen“). Streichen könnte man „Punkt vor Strich Rechnung kennen“, denn diese Regel muss nicht unbedingt abfragbarer Inhalt des Grundschulcurriculums sein.

- **In Kontexten rechnen**

Hier bleiben einige Punkte vage und unklar. Was soll es konkret bedeuten, dass „Vorstellungen von großen Zahlen in inner- und außermathematischen Zusammenhängen genutzt werden?“ Muss man tatsächlich unterscheiden, ob bei einer Sachaufgabe die Zahlen oder die Lösungen auf Plausibilität geprüft werden? Gehört es tatsächlich zum Standard bei Sachaufgaben zu entscheiden, ob eine Überschlagsrechnung oder ein genaues Ergebnis erwünscht sind. Wir schlagen vor, hier zu kürzen, um Überschneidungen zu vermeiden. Man könnte zum Beispiel den dritten, vierten und fünften Punkt leicht zusammenfassen.

- **Form und Veränderung**

Es ist unklar, welche Bedeutung es für die Standards hat, verschiedene Ansichten zu unterscheiden. Es ist ja sicherlich nicht an einen Vorkurs im perspektivischen Zeichnen gedacht. Im Sinne einer möglichen Operationalisierung der Standards in Form von Testverfahren schlagen wir vor diesen Unterpunkt zu streichen. Wegfallen kann auch der Punkt „Sachaufgaben mit geometrischen Mitteln lösen,“ der ja im Wesentlichen in anderen Unterpunkten implizit enthalten ist.

- **Muster und Strukturen bzw. funktionale Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten**

Hier wird an einigen Stellen nicht klar, worin der bedeutsame Bildungswert des Inhalts besteht. So wird im ersten Abschnitt gefordert, dass „Gesetzmäßigkeiten in geometrischen Mustern erkannt, beschrieben und fortgesetzt werden“ (handelt es sich da nicht um Vorhersagen für mögliche Fortsetzungen?) bzw. „Zahlenmuster und geometrische Muster systematisch verändert und diese Veränderungen beschrieben“ werden. Unserer Ansicht nach sind das zwar typische

Elemente des derzeitigen Mathematikunterrichts in der Grundschule, die allerdings nicht unbedingt in Regelstandards hineingehören. Gleiches gilt für die Forderung, dass „Zahlbeziehungen in geometrischen Mustern dargestellt werden“ sollen. Wir würden diese Punkte streichen. In gleicher Weise würden wir den Abschnitt „Sachsituationen modellieren“ streichen, da es sich letztendlich nur um eine Wiederholung aus anderen Bereichen handelt.

Insgesamt sind die Punkte „Muster erkennen, beschreiben und fortsetzen“ und „Gesetzmäßigkeiten erkennen, begründen und nutzen“ nicht beide notwendig. Einen eigentlichen Unterschied zwischen Mustern und Gesetzmäßigkeiten gibt es aus mathematischer Sicht wohl nicht. Gleichermaßen sollte man die Punkte „geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen“ bzw. „einfache geometrische Abbildungen erkennen, benennen und darstellen“ zusammenfassen. Da hier unter Abbildungen (wie an den zugehörigen Stichpunkten deutlich wird) nicht der übliche Abbildungsbegriff verstanden wird, können wir keinen Unterschied zwischen Figuren und Abbildungen erkennen.

- **Funktionale Beziehungen erkennen, beschreiben und darstellen**

Der Begriff der Proportionalität ist hier sicher verfrüht verwendet, gemeint ist wohl das einfache Schließen von einer gegebenen Einheit auf ein Vielfaches. Das sollte auch deutlich gemacht werden. Auch wenn sich dieser Inhalt in der erweiterten Form in vielen Schulbüchern findet, muss er nicht unbedingt als ein Standard genannt werden. Wir geben zu bedenken, dass der Begriff der Proportionalität explizit in den Lehrplänen der Sekundarstufe I zu finden ist.

- **Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit**

Ein letzter Vorschlag zum Streichen betrifft schließlich den Punkt „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit.“ Der Unterpunkt „Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen“ sollte unserer Ansicht nach entfallen. Ohne Kenntnisse der Bruchrechnung ist nur eine qualitative Behandlung möglich, die dann aber für eine Überprüfung weniger geeignet ist. Das soll keinesfalls bedeuten, dass Inhalte aus diesem Bereich im Unterricht der Grundschule nicht behandelt werden können. Wir begrüßen es ausdrücklich, wenn Elemente der beschreibenden Statistik propädeutisch in den Unterricht integriert werden. Wir geben aber zu bedenken, dass die erfolgreiche Bearbeitung dieser Inhalte nicht unbedingt durch ein Testverfahren sichergestellt werden muss.

Es sei angemerkt, dass sich Aspekte der Wahrscheinlichkeitsrechnung bisher eher nicht in den Lehrplänen für die Primarstufe finden. Wir halten es nicht für sinnvoll, wenn über die Bildungsstandards zusätzliche Inhalte im Unterricht der Grundschule als verbindlich festgelegt werden.

Zusammenfassung

Ähnlich wie bei den Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss sehen wir auch hier die Gefahr, dass nicht Regelstandards sondern Idealstandards formuliert werden. Wir halten diese Tendenz für nicht ungefährlich. Wir können nur wiederholen, dass es nicht realistisch ist, Inhalte und Methoden, die in einem idealen Mathematikunterricht wünschenswert sind, als Standard mit einem Test abfragen zu wollen und ein mittleres Kompetenzniveau dabei zu treffen. Lehrerinnen und Lehrer, aber auch Schülerinnen und Schüler könnten so leicht die Motivation für eine gute Arbeit und Zusammenarbeit verlieren. Die für die Grundschule formulierten Standards gehen inhaltlich über das hinaus, was derzeit in den Lehrplänen als verbindliche Inhalte genannt ist. Wir sind der Meinung, dass Standards auch für Schule und Lernen Freiheiten eröffnen sollten und nicht zu einer weiteren Begrenzung und Einengung führen sollten.

3. Aufgabenbeispiele

Die drei Anforderungsbereiche für Aufgaben sind in Anlehnung an die Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss definiert. Wir begrüßen dies im Prinzip und denken, dass die damit verbundene Kontinuität sinnvoll ist. Man sollte sich aber bewusst machen, dass jeder Anforderungsbereich im Sinne eines Kompetenzmodells gerade für den Grundschulbereich nur eine sehr grobe Orientierung gibt und weiterer Abstufungen bedarf. So umfasst etwa „Reproduzieren“ sowohl die Kenntnis einfacher Fakten und Zahlsätze als auch die Kenntnis mündlicher und schriftlicher Rechenverfahren. Damit sind offensichtlich sehr unterschiedliche Schwierigkeiten verbunden.

Auf die Aufgabenbeispiele können wir nur exemplarisch eingehen. Sie bilden im Wesentlichen die derzeit über Aufgaben in Schulbüchern formulierten Arbeitsbereiche ab. Einige Aufgaben halten wir dennoch für verzichtbar, wobei es

jeweils verschiedene Gründe gibt. Im Folgenden wollen wir darauf exemplarisch eingehen.

So ist das siebte Beispiel auf Seite 30 unserer Ansicht nach unglücklich gewählt. Es bringt wenig mathematische Erkenntnisse und soll wohl die Fähigkeiten im Messen von Längen abtesten. Dann ist es aber überflüssig, die Seiten mit Variablen zu bezeichnen, was die Aufgabe künstlich und unmotiviert erschwert. Desgleichen halten wir die zweite Aufgabe in diesem Kontext nicht unbedingt für wesentlich. Der Begriff des rechtwinkligen Dreiecks wird in der Sekundarstufe häufig und umfassend verwendet, so dass keine Notwendigkeit besteht ihn in der Primarstufe zum Standard zu erklären. Bei der dritten und vierten Aufgabe ist die Begrifflichkeit wiederum eher unglücklich gewählt. Was soll „gleich“ in diesem Zusammenhang bedeuten? Offensichtlich ist an kongruente Dreiecke gedacht. Es ist unklar, ob Kinder unter der Gleichheit diesen Begriff bereits subsumieren können.

Über das neunte Beispiel zum Hunderterfeld kann man durchaus geteilter Meinung sein. Das Hunderterfeld ist an und für sich ein Hilfsmittel, das im zweiten Schuljahr benutzt wird, um die Orientierung im Zahlenraum zu erleichtern. Erklärt man nun diese Tafel zum Standard für den Abschluss der Primarstufe, so muss damit ein kontinuierliches Arbeiten mit diesem Hilfsmittel bis zum Ende der vierten Klasse verbunden sein. Wir möchten darüber hinaus anmerken, dass Formulierungen, wie sie in der sechsten Aufgabe zu finden sind, im Hinblick auf einen Test kritisch zu sehen sind. Es ist offen, welche Lösungen hier akzeptiert werden, dann die Frage „was fällt dir auf?“ ist äußerst allgemein gehalten. Es ist uns bewusst, dass die Autoren die Aufgabenbeispiele nicht als Testinstrumentarium ansehen. Dennoch werden die Aufgaben eine Grundlage für ein Testinstrumentarium bilden müssen und sollten daher den dazu notwendigen Ansprüchen bereits jetzt genügen.

Kritisch sehen wir die Umsetzung im 13. Beispiel zu Tabellen und Diagrammen im Schwerpunkt „Datenhäufigkeit und Wahrscheinlichkeit.“ Hier sollte auf jeden Fall der letzte Teil der sechsten Aufgabe gestrichen werden, der die Einkleidung in eine äußerst unrealistische Situation betrifft. Kritisch sehen wir genauso das 14. Beispiel zum Würfel.

Ganz allgemein möchten wir hinzufügen, dass manche Aufgabenformate nicht unproblematisch sind. Oben wurde schon das Hunderterfeld angesprochen. Gleichmaßen nur auf die Grundschule bezogen ist etwa die Form der Aufgabe, die Zahl 31 zu zerlegen. Die Art und Weise der Darstellung ist nur in der Grundschule gebräuchlich und damit nicht anschlussfähig in die Sekundarstufe. Nun ist es nicht sinnvoll, am Ende der Primarstufe Inhalte zu testen, die anschließend vergessen werden dürfen. Der damit verbundene Bruch sollte jedenfalls nicht auf Kosten der Schülerinnen und Schüler gehen.

Schlussbemerkung

Die vorgelegten Standards sind durchdacht und geben sicherlich den Stand der Diskussion in der Mathematikdidaktik wieder. Wir möchten allerdings anregen, sie noch einmal vor dem Hintergrund des realen Grundschulunterrichts zu überdenken. Ergänzt werden sollten Beispielaufgaben, die Rechenfertigkeiten und Rechenfähigkeiten umfassen. Gekürzt werden könnte in einem Bereich, der eher Idealstandards als Regelstandards zuzuschreiben ist. Darüber hinaus sollte einerseits mit Anforderungsbereichen gearbeitet werden, die eine auf die Grundschule bezogene Stufung von Kompetenzen zulassen, andererseits aber die Anschlussfähigkeit an die Sekundarstufe noch stärker beachtet werden.

Augsburg und Berlin, den 09. Juni 2004

Prof. Dr. Jürg Kramer

Prof. Dr. Kristina Reiss

OStD. Arnold a Campo